



جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران
اداره آموزش و پرورش منطقه هفت تهران

ش سندلی(ش داوطلب) : نام واحد آموزشی : دبیرستان هاتف نوبت امتحانی : دی ماه
نام خانوادگی : نام پدر : پایه : دهم رشته‌های : ریاضی و تجربی
سؤال امتحان درس : ریاضی ۱ نام دبیر/دبیران : آقای باغ شیخی سال تحصیلی : ۹۵-۹۶

ساعت امتحان: ۹۰ دقیقه
وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۱۰ / ۱۸
تعداد برگ سؤال: ۲ برگ

۱/۵

۱- در یک کلاس ۴۰ نفری ۱۸ نفر در المپیاد ریاضی و ۱۷ نفر در المپیاد فیزیک شرکت کرده اند و ۱۰ نفر در هیچ المپیادی حاضر نیستند.

الف) چند نفر در هر دو المپیاد شرکت کرده اند؟

ب) چند نفر فقط در المپیاد ریاضی شرکت کرده اند؟

۲- بین اعداد ۲ و ۳۵، ده واسطه عددی درج کرده ایم. مجموع این ۱۲ عدد را بدست آورید.

۳- در یک تصاعد هندسی $a_4 + a_6 = 10$ و $a_7 + a_9 = \frac{10}{27}$ می باشد. جمله هشتم این دنباله را بدست آورید.

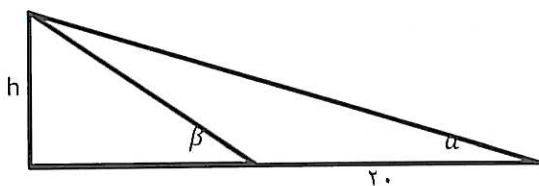
۴- جملات دوم و پنجم و دوازدهم یک تصاعد حسابی، سه جمله متوالی یک تصاعد هندسی می باشند. نسبت جمله

دهم به هفتم این دنباله هندسی را بدست آورید.

۵- اگر مجموع n جمله اول یک تصاعد حسابی باشد و رابطه $\frac{S_n}{S_m} = \frac{n^2}{m^2}$ بین اعداد n, m برقرار باشد، ثابت کنید: $\frac{a_n}{a_m} = \frac{2n-1}{2m-1}$

۶- دو نفر در پایین یک ساختمان قرار دارند و به بالای ساختمان نگاه می کنند. اولی تحت زاویه α و دومی تحت زاویه β این عمل را انجام می دهند. اگر این دو نفر با هم ۲۰ متر فاصله داشته باشند، ارتفاع ساختمان را بدست آورید.

$$(\tan(\alpha) = 2 \text{ و } \tan(\beta) = 3)$$



۷- درستی اتحادهای مثلثاتی زیر را ثابت کنید :

$$۱) \sin(\alpha) \tan(\alpha) + \cos(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)}$$

$$۲) \sin^2 x \sin^2 y + \cos^2 x \cos^2 y + \sin^2 x \cos^2 y + \sin^2 y \cos^2 x = 1$$

۸- مقدار عددی عبارت زیر را بدست آورید:

$$\frac{\sin(\pi + \alpha)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)} - \frac{\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\cot(3\pi - \alpha)} + \tan(\Delta\pi - \alpha) + \cos(\Lambda\pi) =$$

پاسخ نامه سفید داده شود.

پاسخ سوالات در روی برگ سؤال نوشته شود، نیاز به پاسخ نامه سفید ندارد.

۹- اگر x در بازه داده شده باشد، حدود m را بدست آورید:

$$\sin x = \frac{2m+1}{4}$$

$$\left(\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}\right)$$

۱۰- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید و در صورت نادرست بودن، عبارت درست را بنویسید.

$$a\sqrt[4]{-a} = \sqrt[4]{-a^5} \text{ (الف)}$$

$$\sqrt[4]{x^2} = \sqrt{x} \text{ (ب)}$$

۱۱- عبارات زیر را گویا کنید:

$$\frac{3}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1} =$$

۱۲- حاصل $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} \times \sqrt[6]{7-4\sqrt{3}}$ را به ساده ترین صورت بدست آورید.

۱۳- اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را بدست آورید.

۱۴- حاصل عبارات زیر را با استفاده از اتحادها بدست آورید:

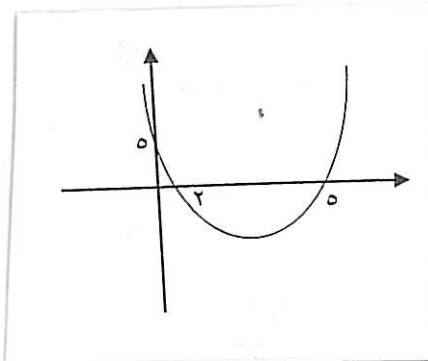
$$۱) (x+2)(x^2-2x+4)(x^3-8)$$

$$۲) (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$

۱۵- مقدار m را به گونه ای تعیین کنید که معادله زیر ریشه مضاعف داشته باشد و سپس ریشه آن را بدست آورید:

$$x^2 + (m+1)x + m + 1 = 0$$

۱۶- معادله سهمی زیر را بنویسید:





جمهوری اسلامی ایران
اداره کل آموزش و پرورش و پرورش شهر تهران
اداره آموزشی و پرورش منطقه هفت تهران

ش صندلی (ش داوطلب):	نام واحد آموزشی: دبیرستان هاتف	نوبت امتحانی: دی ماه	ساعت امتحان: ۹ صبح
نام خانوادگی:	نام پدر:	رشته: ریاضی - تجربی	وقت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پاسخ نامه امتحان درس: ریاضی ۱	نام دبیر: آقای باغ شیخی	سال تحصیلی: ۹۵-۹۶	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۱۰/۱۸
			تعداد برگ پاسخ: ۲ برگ

-۱

تعداد افرادی که در المپیاد ها حاضرند: $۴۰ - ۳۰ = ۱۰$

افراد حاضر در المپیاد ریاضی: M

افراد حاضر در المپیاد فیزیک: P

$$n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P) \rightarrow ۳۰ = ۱۸ + ۱۷ - n(M \cap P) \rightarrow n(M \cap P) = ۵$$

$$n(M) - n(M \cap P) = ۱۸ - ۵ = ۱۳$$

-۲

$$a_1 = ۲, a_{۱۲} = ۳۵ \rightarrow ۱۱d = a_{۱۲} - a_1 = ۳۳ \rightarrow d = ۳$$

$$a_۲ = ۵, a_۳ = ۸, \dots, a_{۱۱} = ۳۲ \rightarrow S = \frac{۱۰}{۲} (۵ + ۳۲) = ۱۸۵$$

-۳

$$a_1 r + a_1 r^۲ = ۱۰ \rightarrow a_1 r (1 + r) = ۱۰$$

$$a_1 r^۴ + a_1 r^۵ = \frac{۱۰}{۲۷} \rightarrow a_1 r^۴ (r^۲ + 1) = \frac{۱۰}{۲۷}$$

$$\frac{a_1 r (1 + r)}{a_1 r^۴ (r^۲ + 1)} = \frac{۱۰}{\frac{۱۰}{۲۷}} = ۲۷ \rightarrow \frac{1}{r^۳} = ۲۷ \rightarrow \frac{1}{r} = ۳ \rightarrow r = \frac{1}{۳}$$

$$a_1 \times \frac{1}{۳} \left(1 + \frac{1}{۳}\right) = ۱۰ \rightarrow a_1 = ۲۷ \rightarrow a_۸ = a_1 r^۷ = ۲۷ \times \left(\frac{1}{۳}\right)^۷ = \frac{1}{۳^۶} = \frac{1}{۸۱}$$

-۴

$$a_{۱۲} - a_۲ = br^۲ - b \rightarrow ۱۰d = b(r^۲ - 1)$$

$$a_۵ - a_۲ = br - b \rightarrow ۳d = b(r - 1)$$

$$\frac{۱۰d}{۳d} = \frac{b(r-1)(r+1)}{b(r-1)} \rightarrow \frac{۱۰}{۳} = r+1 \rightarrow r = \frac{۷}{۳}$$

$$\frac{a_1}{a_۷} = r^۶ = \left(\frac{۷}{۳}\right)^۶$$

۱۱- عبارات زیر را گویا کنید:

$$\frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2 + 3 + 2\sqrt{6} - 5} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} =$$

$$\frac{\sqrt{12} + \sqrt{18} - \sqrt{30}}{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{5} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{5} - 1}{\sqrt[3]{5} - 1} = \frac{\sqrt[3]{5} - 1}{5 - 1} = \frac{\sqrt[3]{5} - 1}{4}$$

-۱۲

$$\sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \times \sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}} = \sqrt[3]{7 + 4\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{7 - 4\sqrt{3}} =$$

$$\sqrt[3]{49 - 48} = 1$$

-۱۳

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^r = x^r + \frac{1}{x^r} + r x \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) \rightarrow 27 = x^r + \frac{1}{x^r} + r \times 2 \rightarrow x^r + \frac{1}{x^r} = 18$$

-۱۴

$$۱) (x + 2)(x^r - 2x + 4)(x^r - 8) = (x^r + 8)(x^r - 8) = x^{2r} - 64$$

$$۲) (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) = 2^{32} - 1$$

-۱۵

$$\Delta = (m + 1)^r - 4(m + 1) = 0 \rightarrow m^r - 2m - 3 = 0 \rightarrow (m + 1)(m - 3) = 0$$

$$\rightarrow m = -1, 3$$

$$m = -1 \rightarrow x^r = 0 \rightarrow x = 0$$

$$m = 3 \rightarrow x^r + 4x + 4 = 0 \rightarrow (x + 2)^r = 0 \rightarrow x = -2$$

$$y = k(x - 2)(x - 5)$$

-۱۶

نقطه $\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ 5 \end{smallmatrix} \right]$ روی منحنی قرار دارد:

$$\Delta = k(0 - 2)(0 - 5) \rightarrow k = \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{2}(x - 2)(x - 5) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 5$$